

Capitolo 3 – Cinematica

La cinematica studia il movimento dei corpi o, più precisamente, i vari modi in cui si possono muovere i corpi.

Vediamo innanzi tutto che cosa s'intende per "movimento di un corpo".

Verrebbe spontaneo dire che un corpo è in movimento quando non è in quiete, ossia, quando non è nulla la somma delle forze e dei momenti che agiscono sul corpo.

Questa risposta è corretta solo in parte, come vedremo in seguito, ma è in ogni caso incompleta.

Osserviamo innanzi tutto che il concetto di movimento implica l'idea di due grandezze, "il tempo" e "lo spazio". Infatti, si ha movimento quando un corpo in due "momenti diversi" si trova in due "posizioni differenti".

Abbiamo già detto, parlando delle unità di misura, che il tempo non ha bisogno di essere definito perché è un concetto innato, ma, in effetti, bisognerebbe dire che è difficile da definire. Se dicessimo, infatti, che il tempo è una successione di momenti, o che è un fluire di eventi, avremmo solo spostato la difficoltà ma non aumentato la precisione della definizione. Lasciamo dunque il compito ai filosofi e limitiamoci a dire che se il tempo non esistesse non potremmo parlare di movimento, mentre l'esistenza del tempo permette, in una serie di eventi, di stabilire quale avviene "prima" e quale "dopo".

Per quanto riguarda lo spazio, una definizione più precisa è possibile, ma è necessario definire, concordare e fissare alcuni riferimenti, come diremo più avanti.

Riprendiamo l'esempio di quella pianura in cui tutti i corpi sono immobili.

Possiamo dire che quei corpi non sono in movimento?

Lo possiamo certamente affermare se ci troviamo anche noi in quella pianura, ma se la osservassimo da un altro pianeta, vedremmo la pianura e tutti i corpi che vi si trovano muoversi insieme alla terra che gira intorno a se stessa e intorno al sole.

Sarebbe quindi più corretto dire che quei corpi sono in quiete rispetto a un osservatore che si trovi sulla terra, ma non lo sono rispetto a un osservatore che si trovi, per esempio, sul sole.

Analogamente, si pensi a una persona che legge il giornale mentre viaggia in treno. Il giornale è fermo rispetto al viaggiatore, ma si muove alla velocità del treno rispetto a un osservatore che non si trovi sul treno. Si noti inoltre che il giornale può spostarsi anche rispetto al viaggiatore se questo lo allontana da sé o lo avvicina a sé.

Questa premessa non ha lo scopo di confondere le idee ma serve a definire in modo più preciso il concetto di movimento, che è lo spostamento di un corpo nello spazio rispetto ad altri oggetti che servono da riferimento, indipendentemente dal fatto che questi ultimi siano a loro volta in movimento rispetto ad altri riferimenti.

In altri termini si può dire che il movimento non è un concetto assoluto ma relativo e le implicazioni di quest'osservazione sono di estrema importanza nel campo della fisica avanzata, ma esulano dagli scopi di questa trattazione.

Per gli argomenti che tratteremo, infatti, assumeremo che il sistema di riferimento sia sulla terra e sia fermo rispetto a essa.

Gli assi cartesiani

Il movimento di un corpo nello spazio può avvenire in qualsiasi direzione e le posizioni successive che esso assume formano un percorso che prende il nome di “traiettoria”.

Per definire in modo preciso e univoco la posizione nello spazio che in un determinato momento occupa il corpo, si fa normalmente riferimento a un sistema di assi cartesiani.

Ricapitoliamo qui brevemente cosa s'intende per sistema di assi cartesiani e come si usa per la definizione di punti del cosiddetto “spazio a tre dimensioni”.

Un sistema di assi cartesiani (Figura 31) è costituito da tre rette perpendicolari fra loro e passanti per uno stesso punto, come per esempio il lato verticale comune di due pareti di

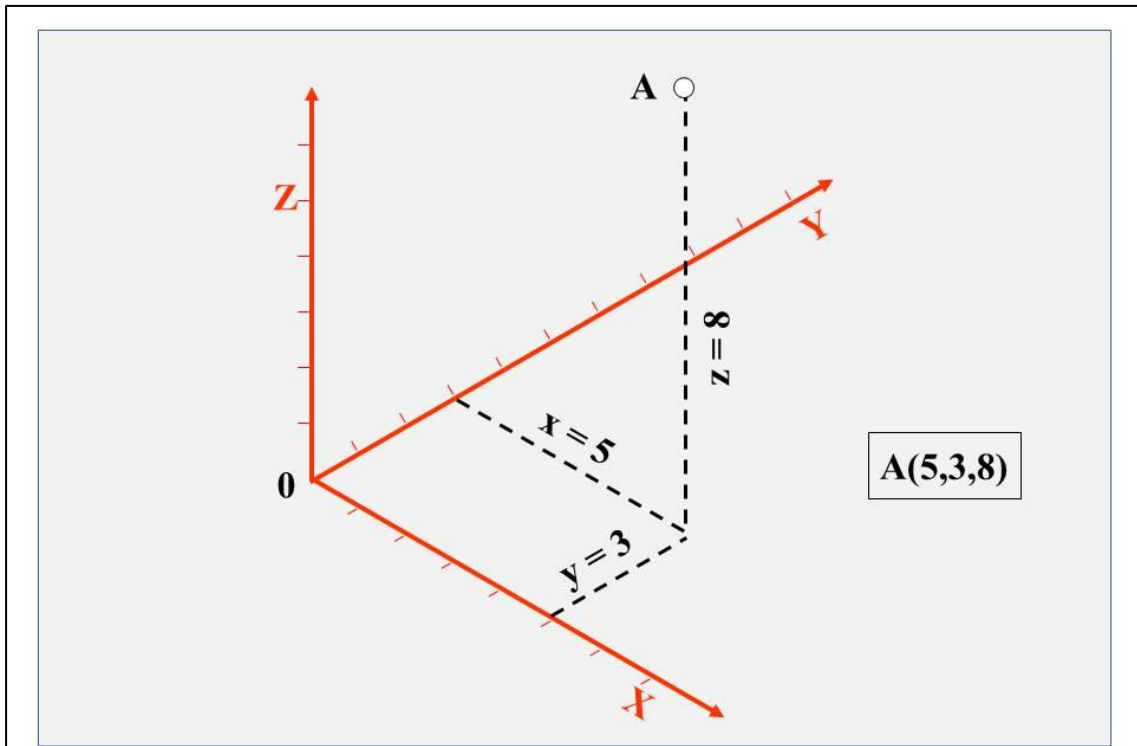


Figura 31 – Sistema di assi cartesiani

una stanza e i due lati del pavimento adiacenti a esso.

Generalmente, si usa contrassegnare gli assi con le lettere X, Y, e Z. Di solito l'asse Z è disposto verticalmente, nel senso dell'altezza, X e Y orizzontalmente nel senso rispettivamente della larghezza e della profondità.

Il punto comune, detto anche origine degli assi, è il punto rispetto cui si misurano le distanze nelle tre direzioni, altezza, larghezza e profondità.

I piani formati dagli assi delimitano una zona dello spazio, così come due pareti e il pavimento di una stanza, ma sono estesi all'infinito e quindi lo spazio non è limitato dalle altre pareti e dal soffitto¹⁰.

Con questo sistema un punto qualsiasi dello spazio, A, può essere definito misurando la sua distanza z dal piano orizzontale, cioè la sua altezza rispetto al pavimento (uguale a 8 nella figura), la sua distanza x dalla parete formata dagli assi Y e Z (5 nella figura) e la

¹⁰ Per semplicità ci si riferisce solo a quel settore dello spazio delimitato dai piani compresi fra le semirette positive degli assi. Se si considerano anche le semirette negative, i settori dello spazio diventano otto.

sua distanza dalla parete formata dagli assi X e Z (3 nella figura).

È importante notare che non esiste nello spazio nessun altro punto che abbia queste misure caratteristiche, pertanto esse permettono di individuare in modo univoco il punto A.

Sinteticamente quindi la posizione di A s'indica con la notazione A(5,3,8) ossia disponendo le misure nella parentesi nell'ordine x, y, z.

La velocità

Lo spazio a tre dimensioni (altezza, larghezza e profondità), permette di individuare in modo univoco la traiettoria, ma non di definire completamente il movimento. Per farlo è necessario aggiungere la dimensione "tempo".

Si è detto, infatti, che una traiettoria è un insieme di punti che un corpo in movimento occupa in momenti successivi di tempo. Questa definizione già implica il concetto di tempo, ma è chiaro che se i tempi che due corpi impiegano per percorrere la stessa traiettoria sono diversi, anche i loro movimenti lo sono. Nel linguaggio comune diciamo che il corpo che la percorre in un tempo minore si muove con una "velocità" maggiore dell'altro.

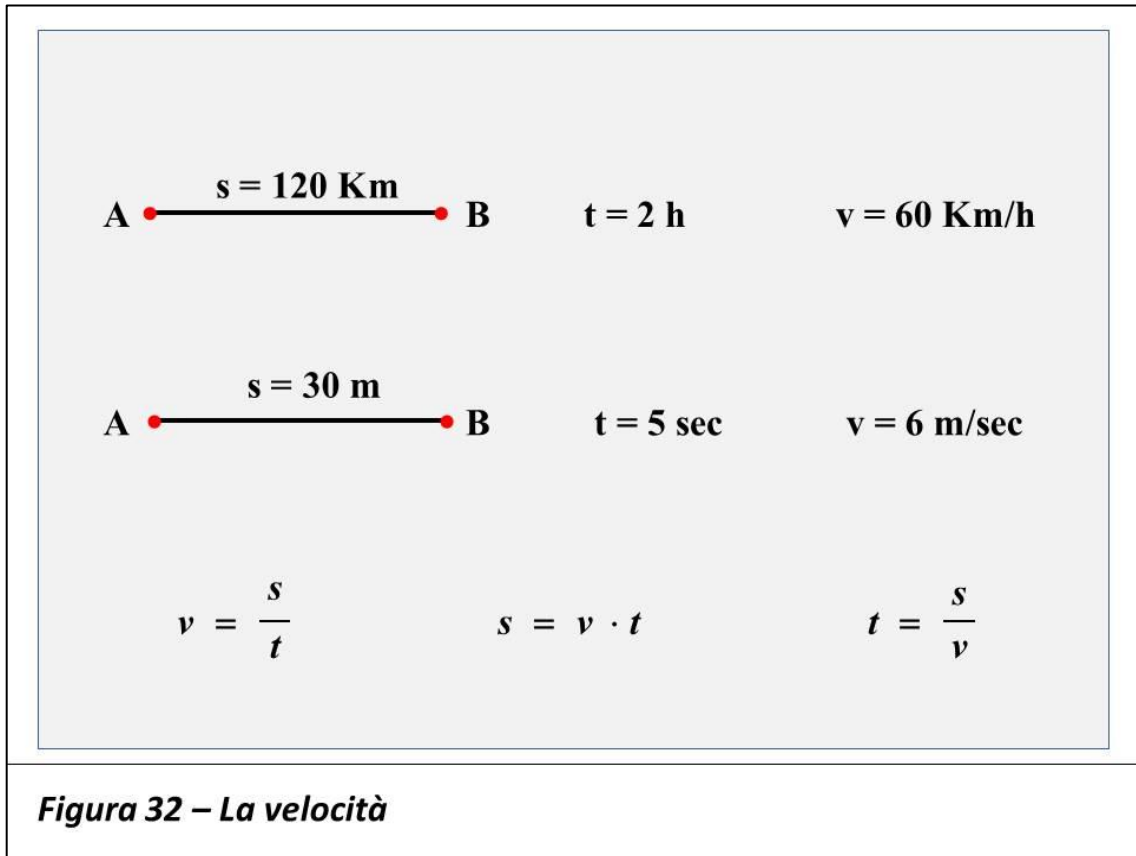
In fisica la grandezza "velocità" trova una sua precisa definizione che è la seguente: "la velocità con cui si muove un corpo è lo spazio percorso nell'unità di tempo" oppure "è lo spazio percorso diviso il tempo impiegato a percorrerlo".

Se misuriamo lo spazio in metri e il tempo in secondi, la velocità di un corpo è uguale ai metri che il corpo percorre in un secondo.

Nella parte centrale della Figura 32, la traiettoria AB, cioè lo spazio da percorrere, è lunga 30 metri. Se un corpo la percorre in 5 secondi ha percorso 6 metri ogni secondo, ovvero che la sua velocità è stata di 6 metri al secondo (6 m/s).

Notiamo che la velocità, proprio per com'è definita, è misurata con un'unità di misura derivata, basata sulle unità fondamentali del Sistema Internazionale metro e secondo.

L'unità di misura m/s è quella correttamente usata in campo scientifico, mentre nella pratica quotidiana siamo più abituati a usare un multiplo di quest'unità, il Km/h (chilometro l'ora).



Nella parte alta della figura si è appunto usato questo multiplo. Lo spazio percorso è 120 chilometri ed il tempo per percorrerlo è 2 ore: il corpo ha percorso 60 chilometri ogni ora (60 Km/h).

È agevole notare che in entrambi i casi per trovare la velocità del corpo abbiamo diviso lo spazio percorso per il tempo impiegato. Infatti, in generale, se chiamiamo s lo spazio percorso e t il tempo impiegato a percorrerlo la velocità si ottiene con la formula:

$$v = \frac{s}{t}$$

Notiamo anche che si può passare da una velocità espressa in m/s a una espressa in Km/h tenendo presente che in un'ora ci sono 3600 secondi e che un chilometro è 1000 metri. Un corpo che percorre 1 metro in un secondo ne percorrerà 3600 in un'ora, ossia 3,6 km.

Nella figura, la velocità di 6 m/s è equivalente a 21,6 Km/h (6·3,6) e la velocità di

60 Km/h è equivalente a 16,7 m/s (60/3,6).

Nella figura sono anche riportate le due formule derivate dalla precedente:

$$s = vt$$

che permette di calcolare lo spazio percorso se si conosce la velocità e il tempo e:

$$t = \frac{s}{v}$$

che permette di calcolare quanto tempo occorre per percorrere una distanza s a una velocità v .

Menzioniamo qui, senza per ora addentrarci in proposito, che la velocità è una grandezza vettoriale, ossia per una sua completa definizione è necessario non solo definirne l'intensità ma occorre anche indicarne la direzione e il verso.

Il moto rettilineo uniforme

Negli esempi del paragrafo precedente si è assunta una traiettoria rettilinea per semplicità di esposizione, ma quanto detto è valido anche per una traiettoria curvilinea.

Il metodo utilizzato per calcolare la velocità, però, non ci permette di conoscere quale sia stato l'andamento del moto durante il percorso. Infatti, un'automobile, che percorre 120 Km in 2 ore, ha viaggiato a una velocità media di 60 Km/h, ma può aver percorso alcuni tratti a velocità maggiore e altri a velocità minore. Non si può affermare quindi che il moto sia stato completamente definito.

Se vogliamo definire meglio l'andamento del moto, possiamo suddividere il percorso in due metà e misurare il tempo impiegato a percorrere ciascun tratto. Avremo certamente una conoscenza più accurata della precedente ma ancora insufficiente per conoscere l'andamento del moto in ogni momento. Per fare ciò dovremmo eseguire una serie di

misure su tratti sempre più brevi del percorso e potremmo così arrivare a una determinazione della velocità punto per punto. È un po' il criterio con cui è costruito il tachimetro installato nelle auto che misura con continuità il tempo impiegato a percorrere un tratto abbastanza piccolo uguale cioè alla circonferenza dello pneumatico. Ed è proprio guardando il tachimetro che ci si accorge di quanto spesso vari la velocità della macchina anche su una strada senza ostacoli. Anche senza strumenti, inoltre, ci accorgiamo di quanto diversa da una retta sia il moto di un'automobile.

Quanto premesso consente di definire un tipo particolare di moto, il “moto rettilineo uniforme”. Si definisce così il movimento di un corpo che si sposta su una traiettoria rettilinea percorrendo spazi uguali in tempi uguali, in qualsiasi istante e su qualsiasi tratto, per quanto grande o piccolo, della traiettoria.

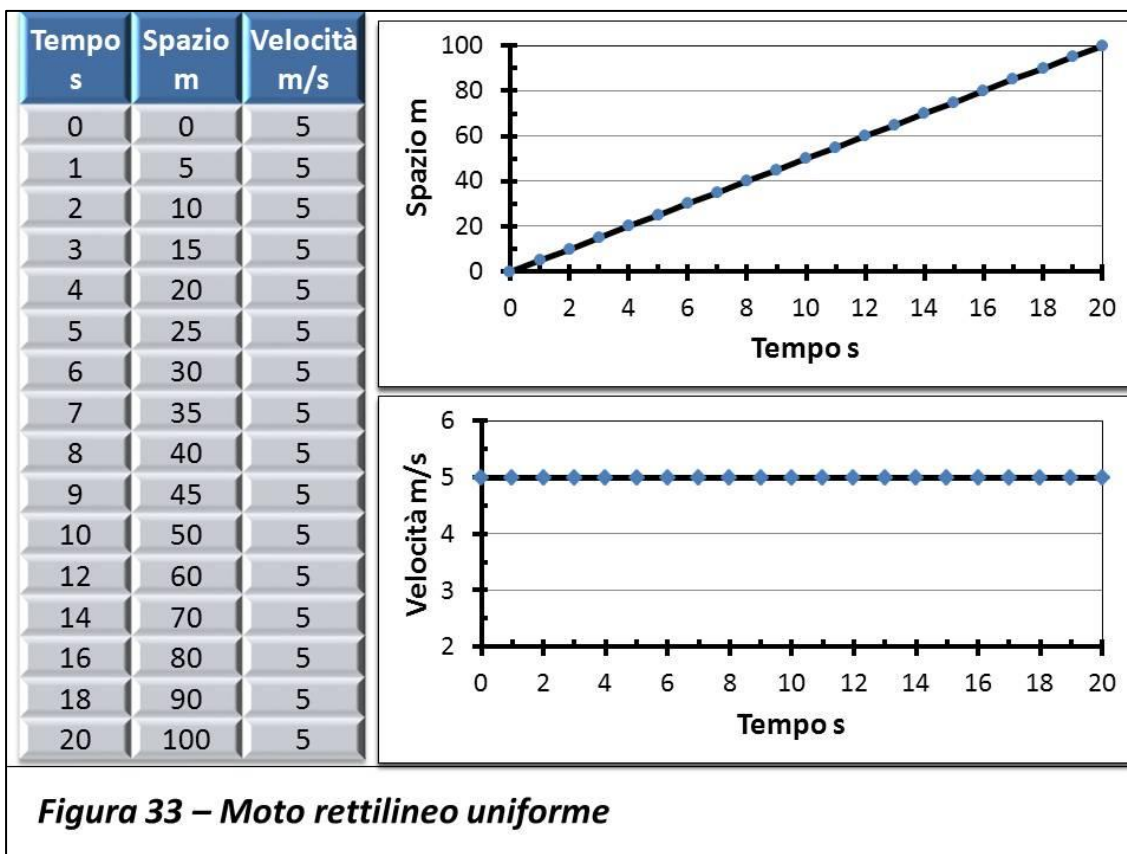
Si tratta di un moto così perfetto da sembrare possibile quasi solo teoricamente. Infatti, non esiste in natura una macchina, per quanto tecnologicamente avanzata, che si muova di moto rettilineo uniforme. Tuttavia, come vedremo meglio più avanti, se non intervenissero alcuni fattori di “disturbo” sarebbe questo l'unico tipo di moto esistente nell'universo.

Nel moto rettilineo uniforme vale la formula, già menzionata, che lega la velocità allo spazio e al tempo specificando che essa è costante:

$$v = \frac{s}{t} = \text{costante}$$

Per aiutare a capire meglio il significato di queste formule, nella Figura 33 sono riportati una tabella e due grafici. Nella prima colonna della tabella è riportato il tempo in secondi; nella terza colonna la velocità, che è costante e uguale a 5 m/s; nella seconda colonna lo spazio che il corpo ha percorso fino a quel momento, calcolato con la formula precedente, cioè moltiplicando la velocità per il tempo.

Il grafico inferiore mostra l'andamento della velocità nel tempo: sull'asse delle ascisse (orizzontale) è riportato il tempo in secondi, sull'asse delle ordinate (verticale) è riportata la velocità in m/s.



Poiché la velocità è costante, la linea che la rappresenta è la parallela all'asse orizzontale che interseca l'asse verticale nel punto 5 m/s.

Il grafico superiore mostra l'andamento dello spazio percorso nel tempo: sull'asse delle ascisse è riportato il tempo, su quello delle ordinate lo spazio misurato in metri, cioè i valori della seconda colonna della tabella. È evidente che lo spazio percorso continua a crescere con un andamento regolare, cioè di 5 metri per ogni secondo, per cui la linea che lo rappresenta è una retta.

L'accelerazione

Il concetto di accelerazione fa parte delle conoscenze subconscie, particolarmente di quelle degli automobilisti. Fra le caratteristiche tecniche delle auto è spesso inclusa anche la capacità, partendo da ferme, di raggiungere 100 Km/h in pochi secondi.

In fisica, però, non bastano le percezioni dei fenomeni ma occorrono definizioni precise.

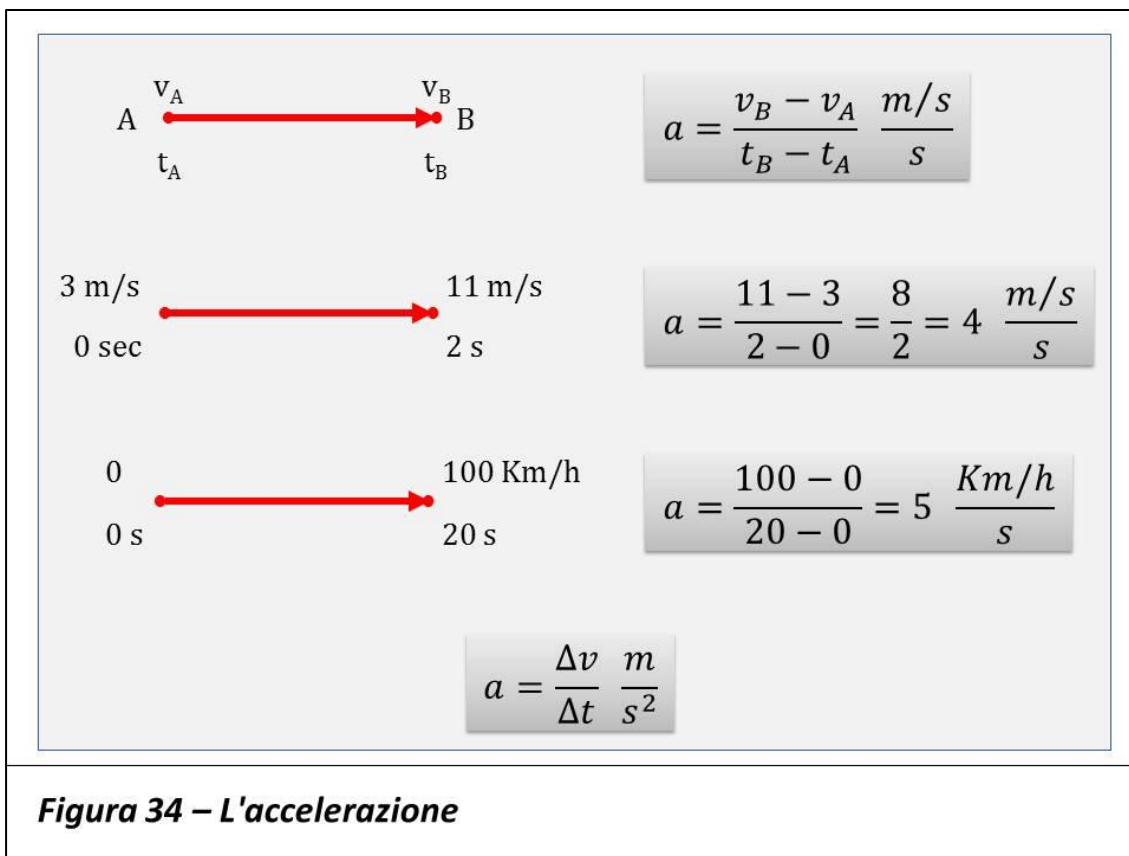
In un moto non uniforme la velocità varia nel tempo. L'accelerazione è una grandezza

che misura appunto la variazione della velocità nell'unità di tempo.

Chiariamo questa definizione con qualche esempio (Figura 34). Un corpo si muove lungo una traiettoria rettilinea. In un certo istante t_a il corpo si trova nel punto A e la sua velocità istantanea è v_a . In un momento successivo t_b il corpo si trova in B e la sua velocità istantanea è ora v_b . Si chiama accelerazione la differenza fra la velocità istantanea in B e quella in A, divisa per la differenza fra il tempo misurato in B e quello in A.

L'esempio numerico riportato nella figura chiarisce ancora meglio il concetto. Quando il corpo si trova in A ha una velocità di 3 m/s. Si fa scattare il cronometro in questo istante: il tempo è zero. Si fermi poi il cronometro dopo 2 secondi. Il corpo si trova ora in B e la sua velocità è di 11 m/s: la velocità è aumentata di 8 m/s in 2 secondi, quindi di 4 m/s per ogni secondo trascorso. L'accelerazione, che è appunto la variazione di velocità per ogni secondo, è quindi in questo caso 4 m/s il secondo.

La ripetizione della parola "secondo" non deve creare confusione. La prima volta essa fa parte dell'unità di misura della velocità la seconda volta indica la misura del tempo in cui si è verificata la variazione della velocità.



Questa distinzione può diventare più chiara se si riprende l'esempio dell'automobile cui si è accennato prima (terza riga della figura). Se si dice che un'auto, partendo da ferma, può raggiungere 100 Km/h in 20 secondi significa che ogni secondo l'auto è in grado di aumentare la sua velocità di 5 Km/h (100:20), ossia che la sua accelerazione è di 5 Km/h ogni secondo. In questo caso, come si vede, la parola "secondo" compare una sola volta perché la velocità è stata misurata in Km/h.

Si tenga presente che se la velocità nel punto B della traiettoria è inferiore a quella misurata nel punto A, cioè se il corpo ha rallentato, la differenza ($v_b - v_a$) è negativa e quindi anche l'accelerazione è negativa. Si noti che nel linguaggio comune in genere non si parla di accelerazione negativa, ma piuttosto di decelerazione o rallentamento.

Un altro punto da evidenziare è che anche in questo caso, come prima per la velocità, l'accelerazione calcolata con i metodi esposti è un'accelerazione media che potrebbe essere anche diversa da quelle puntuali verificatesi lungo la traiettoria. Anche qui per arrivare alla valutazione dell'accelerazione in ogni punto, i tratti di traiettoria in cui si fanno le misure dovrebbero essere molto corti.

La formula riportata in basso nella figura ha un po' questo significato. In essa è stata usata la lettera greca Δ (delta) per indicare appunto intervalli molto piccoli nelle misure dei tempi e delle velocità. Inoltre seguendo una nota regola matematica¹¹ si è indicata con m/s^2 la misura con cui si misura l'accelerazione e, anche se il quadrato di un tempo non ha alcun significato pratico, questa indicazione è molto utile quando si devono eseguire dei calcoli.

L'accelerazione, come la velocità, è una grandezza vettoriale e quindi per definirla compiutamente occorre anche indicare la sua direzione e il verso.

Negli esempi fatti la direzione era la stessa delle velocità perché il moto era stato tacitamente considerato rettilineo.

Vedremo più avanti dei casi in cui il moto non è rettilineo.

¹¹ Per dividere una frazione (m/s) per un numero (s) si moltiplica il denominatore della frazione per quel numero.

Moto rettilineo uniformemente accelerato

Si chiama rettilineo e uniformemente accelerato il moto di un corpo che si muove su una traiettoria rettilinea con un'accelerazione costante a , in altre parole ma con lo stesso significato, con una velocità che varia (aumenta o diminuisce) di un valore costante dopo ogni intervallo uguale di tempo, per quanto piccolo questo sia.

Per cercare di avere una sensazione di un moto come questo si pensi a un'automobile che aumenta gradualmente e continuamente la sua velocità. Di solito quest'andamento non dura molto e per questo si è portati a considerarlo uno stadio transitorio del moto.

In natura esiste tuttavia un moto rettilineo uniformemente accelerato. È la caduta di un corpo nel vuoto, di cui si dirà fra poco.

È opportuno a questo punto introdurre qualche formula per eseguire semplici calcoli che permetteranno di capire meglio le caratteristiche di questo moto.

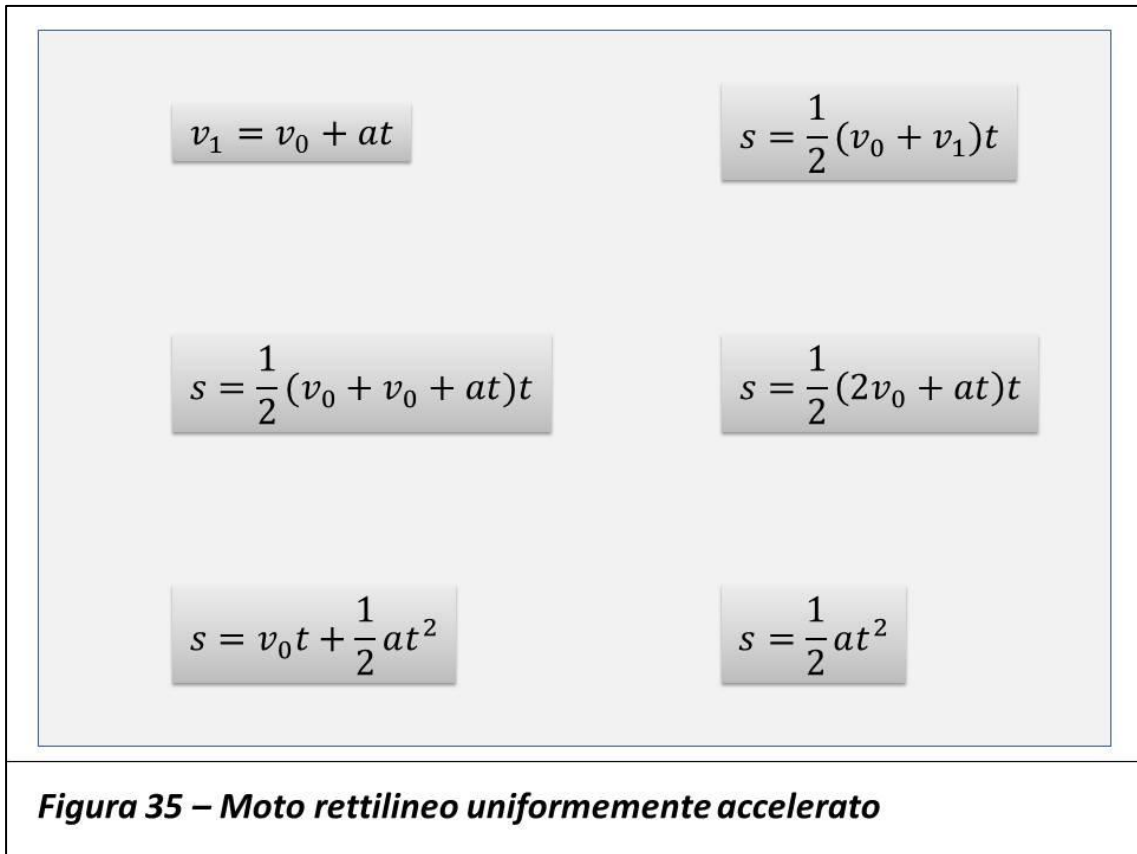
La Figura 35 riporta tali formule che ora saranno dettagliatamente illustrate, procedendo da sinistra a destra e dall'alto in basso.

La prima formula riguarda la velocità. Nel moto uniformemente accelerato la velocità varia in ogni unità di tempo di un valore costante uguale all'accelerazione " a ". Pertanto se in un punto iniziale, che indichiamo con il suffisso "0", essa ha un valore v_0 in un punto successivo, che indichiamo con il suffisso "1" in cui si trova dopo un tempo t , essa avrà un valore, v_1 , pari a quello iniziale aumentato del prodotto dell'accelerazione per il tempo.

La seconda formula riguarda lo spazio percorso che, in ogni caso, è uguale al prodotto della velocità per il tempo. In questo moto però la velocità non è costante per cui, se ci si riferisce a intervalli molto piccoli, si può prendere la media delle velocità nel punto 0 e nel punto 1, cioè $(v_0 + v_1)/2$, e moltiplicare questa per il tempo.

La terza formula è ancora relativa al calcolo dello spazio e tende a semplificare la formula precedente. Essa, infatti, si ottiene dalla precedente mettendo al posto di v_1 il suo valore $(v_0 + v_1)$ che si ricava dalla prima formula.

Con semplici passaggi matematici poi, attraverso la quarta formula, si arriva alla quinta e definitiva formula che permette di calcolare lo spazio percorso dal corpo nel tempo t .



Questa formula si semplifica ancora se all’inizio del conteggio dei tempi il corpo è fermo, cioè se la velocità $v_0 = 0$. Allora il primo termine si annulla e si giunge così all’ultima formula della figura.

Come si è già accennato, il moto rettilineo uniformemente accelerato è quello che assume un corpo che cade nel vuoto, cioè in un ambiente senza aria. L’assenza dell’aria è richiesta perché essa, un po’ come l’attrito, tende a ostacolare il movimento dei corpi. Quest’aspetto sarà approfondito in seguito. Per ora diciamo che senza questo “disturbo”, un corpo che cade è soggetto a un’accelerazione costante¹² pari a 9.8 m/sec^2 .

Analogamente a quanto fatto prima, la tabella e i due diagrammi della Figura 36 riportano i valori che assumono la velocità e lo spazio nel moto di un corpo che, partendo da fermo, cade da una certa altezza.

¹² Si tratta dell’accelerazione di gravità, che in realtà cambia con la latitudine e con l’altezza, ma è costante in una determinata latitudine e può ritenersi costante anche per variazioni non molto grandi dell’altezza.

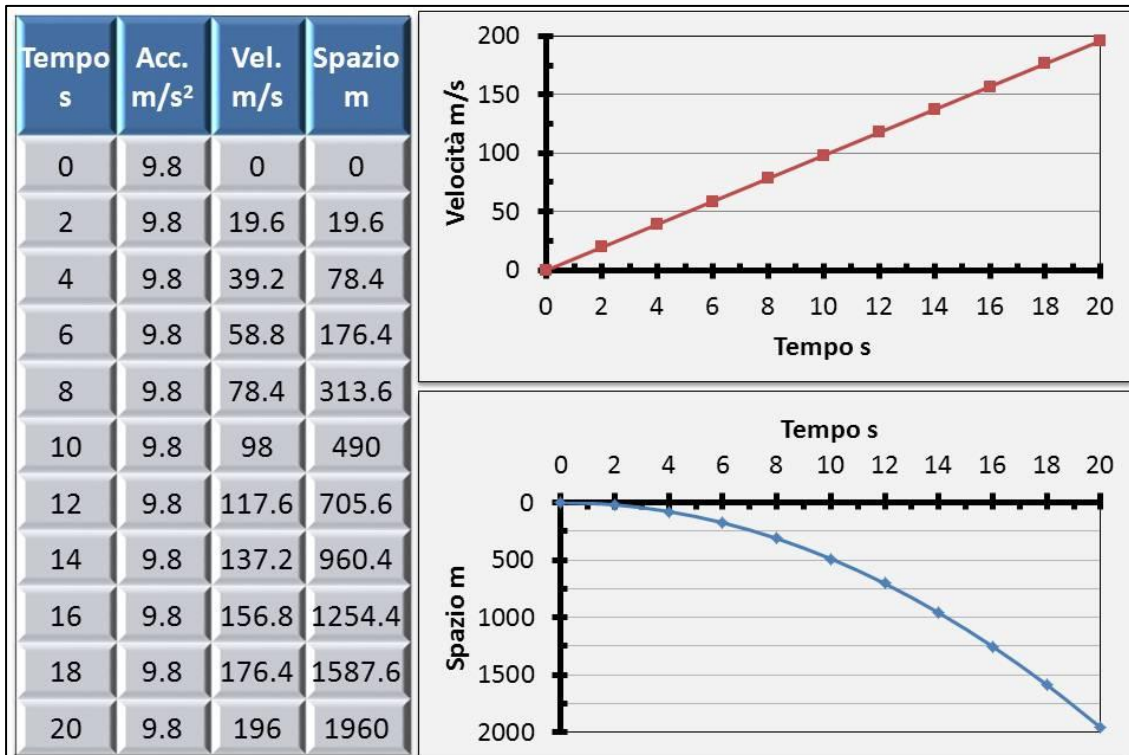


Figura 36 – Moto di caduta dei corpi nel vuoto

Nella prima colonna della tabella è riportato il tempo, in secondi; nella seconda colonna l'accelerazione che rimane costante al valore di 9.8 m/sec^2 .

Nella terza colonna è riportata la velocità che, come si nota, cresce di 9.8 m/s per ogni secondo. Nel grafico in alto sono riportati sull'asse delle ascisse il tempo in secondi e sull'asse delle ordinate i corrispondenti valori assunti dalla velocità.

Infine nella quarta colonna è riportato lo spazio percorso. I relativi valori crescono molto rapidamente perché variano con il quadrato del tempo. Il grafico in basso rende visivamente percettibile la rapidità della crescita; esso riporta sull'asse delle ordinate gli spazi percorsi in funzione del tempo, che è riportato sull'asse delle ascisse.

Si noti in particolare che dopo soli 20 secondi, che è l'intervallo entro il quale si sono riportati i dati, la velocità è passata da 0 a circa 200 m/sec (circa 720 Km/h) e lo spazio percorso in caduta è di circa 2000 m .

Si può facilmente intuire quanto sia rovinosa una caduta libera da una certa altezza. Infatti, il moto di un corpo che cade, anche nell'aria e non nel vuoto, è notevolmente accelerato, salvo che non si usino attrezzature particolari, come il paracadute, che sfruttando

proprio l'azione frenante dell'aria riescono a cambiare notevolmente le caratteristiche del moto.

Rimandiamo a un altro momento l'approfondimento di quest'argomento che richiede la conoscenza di nozioni non ancora trattate.